A picture containing text

Description automatically generated



INSTITUTO POLITÉCNICO DE COIMBRA

INSTITUTO SUPERIOR

DE ENGENHARIA

DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E SISTEMAS

**Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias e Problemas de Valor Inicial**

Relatório de Licenciatura

Autores

**Ana Rita Conceição Pessoa – 2023112690**

**João Francisco de Matos Claro – 2017010293**

Coimbra, março e 2024

# Índice

## Índice de texto

[Parte pré-textual i](#_Toc161244872)

[1 Índice 1](#_Toc161244873)

[1.1 Índice de texto 1](#_Toc161244874)

[1.2 Índice de figuras, quadros e afins 3](#_Toc161244875)

[2 Lista de siglas, acrónimos e símbolos 5](#_Toc161244876)

[2.1 Lista de siglas e acrónimos 5](#_Toc161244877)

[2.2 Lista de símbolos 5](#_Toc161244878)

[2.2.1 Exemplos de listas de símbolos 5](#_Toc161244879)

[3 Introdução 6](#_Toc161244880)

[3.1 Equação diferencial: definição e propriedades 7](#_Toc161244881)

[3.2 Definição de PVI 7](#_Toc161244882)

[4 Métodos Numéricos para resolução de PVI 7](#_Toc161244883)

[4.1 Método de Euler 7](#_Toc161244884)

[4.1.1 Fórmulas 7](#_Toc161244885)

[4.1.2 Algoritmo/Função 7](#_Toc161244886)

[4.1 Método de Euler Melhorado ou Modificado 7](#_Toc161244887)

[4.1.1 Fórmulas 7](#_Toc161244888)

[4.1.2 Algoritmo/Função 7](#_Toc161244889)

[4.2 Método de RK2 7](#_Toc161244890)

[4.2.1 Fórmulas 7](#_Toc161244891)

[4.2.2 Algoritmo/Função 7](#_Toc161244892)

[4.3 Método de RK4 8](#_Toc161244893)

[4.3.1 Fórmulas 8](#_Toc161244894)

[4.3.2 Algoritmo/Função 8](#_Toc161244895)

[4.4 Função ODE45 do Matlab 8](#_Toc161244896)

[4.5 Outro método pesquisado... 8](#_Toc161244897)

[5 Exemplos de aplicação e teste dos métodos 8](#_Toc161244898)

[5.1 Exercício 3 do Teste Farol 8](#_Toc161244899)

[5.1.1 PVI - Equação Diferencial de 1ª ordem e Condições Iniciais 8](#_Toc161244900)

[5.1.2 Exemplos de output - App com gráfico e tabela 8](#_Toc161244901)

[5.1 Problemas de aplicação do livro 9](#_Toc161244902)

[5.1.1 Modelação matemática do problema 9](#_Toc161244903)

[5.1.2 Resolução através da App desenvolvida 9](#_Toc161244904)

[5.2 Problemas de aplicação da alínea 2.b do teste Farol 9](#_Toc161244905)

[5.2.1 Modelação matemática do problema 9](#_Toc161244906)

[5.2.2 Resolução através da App desenvolvida 9](#_Toc161244907)

[6 Conclusão 9](#_Toc161244908)

[7 Bibliografia 9](#_Toc161244909)

[8 Autoavaliação e heteroavaliação do trabalho submetido 9](#_Toc161244910)

## Índice de figuras, quadros e afins

[Figura 1.1 – Introdução de índice de texto 1](#_Toc138337193)

[Figura 1.2 – Personalização do índice de texto 2](#_Toc138337194)

[Figura 1.3 – Introdução de índices de figuras, quadros e afins 4](#_Toc138337195)

[Figura 1.4 – Exemplo de atualização de índice automático 6](#_Toc138337196)

[Figura 3.1 - Personalização das margens 9](#_Toc138337197)

[Figura 3.2 – Introdução de quebras de páginas: a) através do separador Inserir; b) através do separador Esquema 10](#_Toc138337198)

[Figura 3.3 - Introdução de cabeçalho 11](#_Toc138337199)

[Figura 3.4 - Propriedades de cabeçalhos 11](#_Toc138337200)

[Figura 3.5 - Formatação do número de páginas 12](#_Toc138337201)

[Figura 4.1 – Localização do painel de estilos 13](#_Toc138337202)

[Figura 4.2 – Estilos em uso no documento. 13](#_Toc138337203)

[Figura 4.3 – Estilos disponíveis para a formatação da relatório de licenciatura/projeto final de licenciatura. 14](#_Toc138337204)

[Figura 4.4 – Visualização e edição de estilos 16](#_Toc138337205)

[Figura 4.5 – Criação de novos estilos 16](#_Toc138337206)

[Figura 5.1 – Exemplo de figura simples. 19](#_Toc138337207)

[Figura 5.2 – Exemplo de figura dupla com fotografias: a) azul de metileno; b) equivalente de areia. 19](#_Toc138337208)

[Figura 5.3 – Ferramenta de introdução de legendas: a) criação de novas etiquetas; b) formatação da numeração da legenda 20](#_Toc138337209)

[Figura 5.4 – Seleção de um quadro para ser posteriormente legendado 21](#_Toc138337210)

[Figura 5.5 – Introdução de referências cruzadas 22](#_Toc138337211)

[Figura 5.6 – Atualização de referências cruzadas 23](#_Toc138337212)

[Figura 6.1 – Introdução e numeração automática de equações. 25](#_Toc138337213)

[Figura 7.1 – Gestor de referências do Microsoft® Word. 27](#_Toc138337214)

## 

# Lista de siglas, acrónimos e símbolos

## Lista de siglas e acrónimos

|  |  |
| --- | --- |
| EDO | Equações Diferenciais Ordinárias |
| EDP | Equações de Derivadas Parciais |
| IEEE | *Institute of Electrical and Electronics Engineers* |
| INE | Instituto Nacional de Estatística |
| ISEC | Instituto Superior de Engenharia de Coimbra |
| SI | Sistema Internacional de Unidades |

## Lista de símbolos

### Exemplos de listas de símbolos

As tabelas seguintes exemplificam as recomendações anteriormente descritas.

**Alfabeto latino**

|  |  |
| --- | --- |
| *a* | Termos do 2.º grau num polinómio do segundo grau representado na forma canónica |
| *b* | Termo do 1.º grau num polinómio do segundo grau representado na forma canónica |
| *c* | Termo independente num polinómio do segundo grau representado na forma canónica |
| kN | Quilonewton |
| *p*’ | Tensão média efetiva (kPa) |

**Alfabeto grego**

|  |  |
| --- | --- |
| *ε*ax | Extensão axial (%) |
| *σ*v | Tensão vertical total (kPa) |

# Introdução

Este trabalho, desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Análise Matemática II, tem como objetivo principal a aquisição e aprofundamento de conhecimentos adquiridos referentes aos métodos numéricos à resolução de Equações Diferenciais Ordinárias e Problemas de Valor Inicial, assim como na linguagem de programação Matlab.

No decorrer deste relatório, serão abordados os temas propostos no enunciado, examinando conceitos como equações diferenciais ordinárias, problemas de valor inicial e os diferentes métodos e fórmulas para a sua resolução, os quais serão acompanhados pelos respetivos códigos implementados em Matlab.

## Equação diferencial: definição e propriedades

As equações diferencias são equações que envolvem uma função incógnita e uma ou mais de suas derivadas (ou diferenciais). **página 1 do documento PDF com nome doc01\_EDO.** Estas equações podemser **lineares** (quando a relação entre a função desconhecida, suas derivadas e outras variáveis na equação é linear) ou **não lineares** (quando a relação é mais complexa). **Livro (páginas 17-18)**

A resolução das equações diferencias pode ser feita a partir de vários métodos desde os analíticos, como a separação de variáveis, até os numéricos, como o método de Euler para aproximar as soluções. **Livro (páginas 17-18)**

Uma equação diferencial pode ter várias propriedades, dependendo das suas características e do tipo de equação:

- **Ordem**: A ordem de uma equação diferencial é o número de vezes que a função desconhecida aparece diferenciada na equação. Por exemplo, uma equação que envolve a primeira derivada de y tem ordem 1, e uma equação que envolve a segunda derivada de y tem ordem 2.

- **Linearidade**: Uma equação diferencial é chamada linear se a sua forma é linear em relação à função desconhecida e as suas derivadas. Por exemplo, a equação dy/dx + 2y = x é linear, enquanto a equação y dy/dx = x é não linear.

- **Grau**: O grau de uma equação diferencial é o grau mais alto das derivadas que aparecem na equação. Por exemplo, a equação d^2y/dx^2 + 3y = 0 tem grau 2.

- **Autonomia**: Uma equação diferencial é chamada autônoma se ela não depende explicitamente da variável independente. Por exemplo, a equação dy/dx = y(1-y) é autônoma.

- **Homogeneidade**: Uma equação diferencial é chamada homogênea se ela pode ser escrita na forma f(y/x) = 0, onde f é uma função qualquer. Por exemplo, a equação y'' - xy' + y = 0 é homogênea.

- **Separabilidade**: Uma equação diferencial é chamada separável se pode ser escrita na forma g(y)dy = f(x)dx, onde g e f são funções. Por exemplo, a equação dy/dx = x^2 + y é separável.

Estas são apenas algumas das propriedades possíveis de equações diferenciais, e cada equação pode ter características únicas que as distinguem de outras equações diferenciais. **Livro (páginas 22-23)**

## Definição de Problema de Valor Inicial (PVI)

Um problema de valor inicial (PVI) é um tipo de problema no cálculo de equações diferenciais ordinárias (EDO) que consiste em encontrar a função que satisfaz a equação diferencial e que atende a determinadas condições inicias em um ponto específico, geralmente no início do intervalo em que a equação é considerada. Essas condições iniciais especificam valores da função ou de suas derivadas em um ponto, e são usadas para determinar o valor da constante de integração da solução geral. **O conceito de problema de valor inicial é explicado na página 7 do documento PDF com nome doc01\_EDO**.

Um Problema de Valor Inicial (PVI) é um tipo de problema de equação diferencial que consiste em encontrar uma solução para a equação diferencial, sujeita a uma condição inicial que determina o valor da solução em um ponto específico. A condição inicial é geralmente dada na forma de uma equação ou uma relação que define o valor da solução em um ponto chamado ponto inicial. A solução encontrada é então válida para todo o domínio onde a equação diferencial é definida. Em resumo, um PVI é um problema que busca determinar a solução de uma equação diferencial junto com uma condição inicial que define o valor da solução em um ponto específico.

**Número de página:2 31 1 4 30 8 26**

# Métodos Numéricos para resolução de PVI

## Método de Euler

### Fórmulas

### Algoritmo/Função

## Método de Euler Melhorado ou Modificado

### Fórmulas

### Algoritmo/Função

## Método de RK2

### Fórmulas

### Algoritmo/Função

## Método de RK4

### Fórmulas

### Algoritmo/Função

## Função ODE45 do Matlab

## Outro método pesquisado... (Adams)

# Exemplos de aplicação e teste dos métodos

## Exercício 3 do Teste Farol

### PVI - Equação Diferencial de 1ª ordem e Condições Iniciais

### Exemplos de output - App com gráfico e tabela

## Problemas de aplicação do livro

### Modelação matemática do problema

### Resolução através da App desenvolvida

## Problemas de aplicação da alínea 2.b do teste Farol

### Modelação matemática do problema

### Resolução através da App desenvolvida

# Conclusão

# Bibliografia

# Autoavaliação e heteroavaliação do trabalho submetido

Text

Description automatically generated with medium confidence